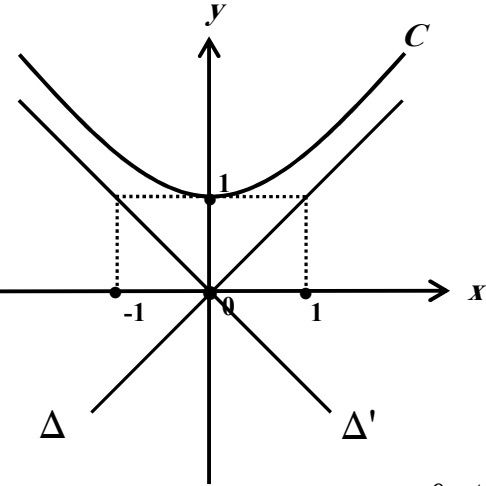


أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية: (٤٠ درجة لكل سؤال)



**السؤال الأول:** في الشكل المجاور  $C$  خط بياني لتابع  $f$

والمستقيمان  $\Delta$  و  $\Delta'$  مقاربتين لـ  $C$

١. أوجد مجموعة تعريف التابع  $f$  و مجموعة قيم  $f$

٢. هل  $f$  فردي أم زوجي؟ ولماذا؟

٣. اكتب معادلة كل من  $\Delta$  و  $\Delta'$ .

٤. إذا علمت أن  $f(x) = \sqrt{x^2 + a}$  فما قيمة  $a$ .

**السؤال الثاني:** التابع  $f$  معرف على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$  من أجل  $x \neq 0$   
 $f(0) = 0$

ادرس قابلية اشتقاق  $f$  عند  $x = 0$ .

**السؤال الثالث:** ليكن العدد العقدي  $A = \frac{1-i}{1+i} z$  ( $z \neq i$ ) فإذا علمت أن  $|z| = 1$ ، فبرهن أن  $A$  تخيلي بحت.

**السؤال الرابع:** في معلم متجانس، لدينا النقط:

$$D(5, -4, 10), C(3, 0, 5), B(2, 4, 2), A(1, 0, 1)$$

١. أثبت أن النقط  $A, B, C$  تعين مستوى  $P$

٢. أثبت أن الأشعة  $\overline{AD}, \overline{AC}, \overline{AB}$  مرتبطة خطياً. ماذا تستنتج؟

(٦٠ درجة لكل سؤال)

**ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:**

**التمرين الأول:** ليكن  $C$  الخط البياني لتابع  $f$  معرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق العلاقة:  $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$

١. أوجد نهاية  $f$  عند أطراف مجالات التعريف، و استنتج كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط  $C$ .

٢. اكتب التابع  $f$  وفق الصيغة  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ ، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل لـ  $C$ ، و ادرس وضع  $C$  بالنسبة له.

**التمرين الثاني:** بفرض التابع  $f$  المعرف على المجال  $[3, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \sqrt{x-3}$  خطه  $C$ ، و المطلوب:

١. احسب:  $f(4)$  و  $f'(4)$ ، ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{x-4}$

٢. اكتب معادلة لمماس  $C$  الموازي للمستقيم  $\Delta: x-2y=0$ .

**التمرين الثالث:** ليكن  $z_1 = -3e^{-\frac{\pi}{3}i}$ ،  $z_2 = 2-2i$ ، و المطلوب:

١. اكتب  $z_1, z_2, z_1 \cdot z_2$  بالشكل الأسّي.

٢. اكتب  $z_1 \cdot z_2$  بالشكل الجبري، ثم استنتج  $\cos \frac{5\pi}{12}$ ،  $\sin \frac{5\pi}{12}$ .

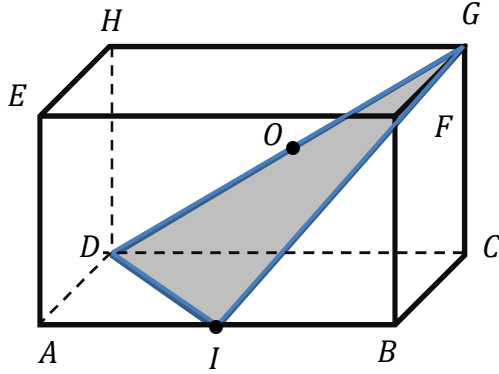
**التمرين الرابع:** ليكن العدد العقدي  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  ، و المطلوب:

- ① اكتب  $z$  بالشكل الأسّي و برهن أن  $z^6$  حقيقي تماماً.
- ② اكتب العدد  $z^{2019}$  بالشكل الجبري و برهن أن :  $z + z^{2020} = 0$ .
- ③ أثبت أن :  $\frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^4} + \frac{1}{z^5} = -1$ .

(١٠٠ درجة لكل مسألة)

**ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:**

### المسألة الأولى:



$ABCDEFGH$  متوازي مستطيلات فيه :

$$AB = 2 , BC = CG = 1$$

النقطة  $I$  منتصف  $[AB]$  و النقطة  $O$  منتصف  $[DG]$

نتأمل المعلم المتجانس:  $(A ; \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$  و المطلوب:

- ① احسب احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات و احداثيات النقطة  $O$  ، و احداثيات النقطة  $J$  نظيرة النقطة  $B$  بالنسبة لـ  $O$ .
- ② عيّن النقطة  $Q$  إذا علمت أنّ  $\overline{AQ} = \overline{BC} - \overline{HD} + \overline{HG}$ .
- ③ أوجد معادلة المستوي المحوري لـ  $[IO]$  ، هل تنتمي  $F$  إلى هذا المستوي؟ ولماذا؟
- ④ احسب حجم الهرم  $G.C.B.I$ .
- ⑤ ما نوع المثلث  $D.I.G$ ؟ مع التعليل.

**المسألة الثانية:** ليكن  $C$  الخط البياني لتابع  $f$  معرف على :  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  وفق :  $f(x) = \tan x$

- ① أثبت أن  $f$  تابع فردي
- ② أدرس تغيرات  $f$  على  $[0, \frac{\pi}{2}]$  ، و استنتج معادلة مقارب شاقولي لـ  $C$ .
- ③ ارسم كل مقارب للخط  $C$  ، ثم ارسم  $C$ .
- ④ أوجد قيمة تقريبية للعدد  $f(0.1)$ .
- ⑤ أوجد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 - x}$

❖ انتهت الأسئلة ❖